

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики
А.М. Райгородский**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Алгоритмическая теория игр
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Анализ данных в экономике Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Д.Г. Ильинский, канд. экон. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 12.02.2024

Аннотация

Курс представляет собой набор различных сюжетов, лежащих на стыке теории игр и компьютерных наук. Сюжеты в малой степени завязаны друг на друга, поэтому содержание можно варьировать в широких пределах в зависимости от имеющихся знаний и интересов слушателей. Лейтмотив курса: если мы предполагаем, что теоретико-игровая модель в какой-то степени описывает действительность, то мы обязаны уметь хотя бы посчитать её исход.

Заключительным этапом всего курса является дифференцированный зачет, целью которого является проверка знаний студентов по теории и выявление практических навыков, полученных при выполнении практических заданий.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Биматричные игры. Алгоритмы поиска равновесия Нэша.	6	6		6
2	Коррелированное равновесие: определение, примеры и алгоритмы поиска.	6	6		6
3	Теория общественного выбора. Теоремы Мэя, Эрроу и Джиббарда--Саттертуэйта. Задача о пропорциональном распределении мест в представительном органе.	6	6		6
4	Аукционы с резервной ценой. Оптимальные аукционы.	6	6		6
5	Теоретико-игровые модели формирования сетей. Модели Джексона--Волински, Балы--Гойала, Боргса--Чайес.	6	6		6
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Биматричные игры. Алгоритмы поиска равновесия Нэша.

Вычислительная сложность задач поиска. РРАД-полнота задач о поиске неподвижных точек и поиске равновесия Нэша. Бесконечно повторяющиеся игры: автоматные стратегии, стратегии обучения. Модели минимизации огорчения в условиях неблагоприятной среды.

2. Коррелированное равновесие: определение, примеры и алгоритмы поиска.

Введение в теорию механизмов. Имплементация в доминирующих стратегиях и по Байесу. Принцип выявления. Задача об устойчивых паросочетаниях. Алгоритм Гейла--Шепли. Свойства устойчивых паросочетаний

3. Теория общественного выбора. Теоремы Мэя, Эрроу и Джиббарда--Саттертуэйта. Задача о пропорциональном распределении мест в представительном органе.

Механизмы с использованием денег. Имплементация в доминирующих стратегиях. Аукцион Викри (второй цены). Механизм Викри--Кларка--Гровса.

Имплементация по Байесу--Нэшу. Механизм Эрроу--Дапремона--Жерара-Варе. Аукцион первой цены. Теорема об эквивалентности доходов в теории аукционов. Критерий существования индивидуально рационального механизма со сбалансированным бюджетом. Теорема Майерсона--Саттертуэйта о двусторонней торговле.

4. Аукционы с резервной ценой. Оптимальные аукционы.

Комбинаторные аукционы. Задача царя Соломона. Имплементация при полной информации. Монотонность по Маскину.

5. Теоретико-игровые модели формирования сетей. Модели Джексона--Волински, Балы--Гойала, Боргса--Чайес.

Потенциальные игры. Приложение к задаче маршрутизации трафика: случаи делимого и неделимого трафика. Потери от отсутствия координации: цена анархии и цена стабильности. Верхние оценки на цену анархии. Задача о справедливом дележе. Критерии справедливости дележа: пропорциональность, отсутствие зависти и др. Конечные протоколы пропорционального дележа и дележа без зависти. Справедливый делёж при помощи протоколов с движущимися или вращающимися ножами. Модели пространственного размещения общественных благ. Понятия миграционной и коалиционной устойчивости, теоремы существования и контрпримеры в различных постановках.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

Лекции по теории игр и экономическому моделированию [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. С. Меньшиков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.

Основы теории игр [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. В. Колобашкина .— М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2012 .— 164 с.

Дополнительная литература

Теория игр [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования РФ / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина .— М. : Высшая школа, 1998 .— 304 с.

Теория игр с примерами из математической экономики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Э. Мулен ; пер. с фр. О. Р. Меньшиковой, И. С. Меньшикова под ред. Н. С. Кукушкина .— М. : Мир, 1985 .— 199 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение дисциплины требует:

- посещения студентом всех видов аудиторных занятий;
- ведения конспекта в ходе лекционных занятий;
- качественной самостоятельной подготовки к практическим занятиям, активной работы на них;
- активной самостоятельной и аудиторной работы студента;
- своевременной сдачи преподавателю заданий по аудиторным видам работ.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Анализ данных в экономике Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	<u>4</u>
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	Д.Г. Ильинский, канд. экон. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Алгоритмическая теория игр» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Что такое алгоритмическая теория игр и какие основные принципы лежат в ее основе?
2. Какие виды игр существуют в рамках алгоритмической теории игр?
3. Что такое стратегия в игре и какие типы стратегий могут быть использованы?
4. Что такое равновесие по Нэшу в контексте игровой теории?

5. Какие методы решения игр с нулевой суммой существуют?
6. Что такое матричные игры и как они решаются?
7. Какие алгоритмы используются для решения игр с нулевой суммой?
8. Какие основные понятия связаны с теорией коалиций в играх?
9. Какие методы используются для анализа игр с коалициями?
10. Что такое игры с несовершенной информацией и как они решаются?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Определение игры в нормальной форме: стратегия, игрок, полезность. Равновесие Нэша в чистых стратегиях. Примеры. Дилемма заключенного. Игра "камень-ножницы-бумага".
2. Определение смешанной стратегии. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях.
3. Теорема Брауэра. Лемма Шпернера. Теорема Какутани. Теорема Нэша о существовании равновесия в смешанных стратегиях.
4. Доминируемые стратегии. Последовательное исключение сильно доминируемых стратегий. Минимакс и максимин. Игры с нулевой суммой. Седловая точка.
5. Развернутая форма игры. Эквивалентность с нормальной формой. Равновесия, совершенные на подыграх. Примеры.
6. Слабое и сильное секвенциальные равновесия Нэша. Веры игроков.
7. Введение в теорию кооперативных игр. Понятие равновесия. Понятие ядра. Вектор Шепли.
8. Динамические игры. Конечные и бесконечные повторяющиеся игры. Бесконечная дилемма заключенного. Принцип однократного отклонения. Народная теорема. Дуэли. Одновременные трузли.
- Какие аспекты следует учитывать при моделировании игровых ситуаций?
9. Какие примеры практического применения алгоритмической теории игр вы можете привести?
10. Какие задачи можно решить с помощью алгоритмической теории игр в компьютерных науках?
11. Какие ограничения существуют при применении алгоритмической теории игр?
12. Какие перспективы развития алгоритмической теории игр вы видите в будущем?

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий и других видов работ, предусмотренных программой дисциплины и (или) путем организации специального опроса, проводимого в устной и (или) письменной форме.

При проведении устного дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету не должен превышать одного астрономического часа.

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, конспектами лекций или другими материалами.